

# *L'autocorrection dans l'apprentissage des algorithmes de l'algèbre élémentaire et l'emploi du logiciel Arithm.*

**M. KOURKOULOS**

Université de Crète

**M-A. KEYLING**

IREM de Strasbourg

1. Les activités autocorrectives sont parmi les plus fructueuses pour l'apprentissage des algorithmes de l'arithmétique et de l'algèbre élémentaire. Pourtant, elles présentent souvent des difficultés et, sans l'aide appropriée de l'enseignement, la capacité d'autocorrection n'est accessible qu'aux bons élèves.

Pendant six ans, en France et en Grèce, nous avons expérimenté des activités autocorrectives sur différents sujets (nombres relatifs et priorités des opérations, calcul littéral, résolution d'équations).

L'analyse des observations du comportement des élèves montre qu'il y a certains aspects fondamentaux qui sont communs aux procédures d'autocorrection des différents algorithmes de l'arithmétique et de l'algèbre élémentaire. La prise en compte de ces aspects par l'enseignement est essentielle, si l'on veut que les élèves soient en mesure de contrôler les algorithmes enseignés et de corriger leurs erreurs.

La notion du double contrôle introduite par F. Pluvinage et la notion des registres de représentation et de traitement de R. Duval aident significativement à comprendre l'emploi des critères de contrôle que font les élèves. En plus, elles aident à éclaircir le facteur du coût d'apprentissage et le facteur du coût d'application des critères de contrôle. Ces facteurs s'avèrent déterminants dans la construction des systèmes des contrôles et d'autocorrection. (Voir Kourkoulos, 1998 )

La localisation des erreurs est un autre facteur qui s'est avéré important pour la réussite des élèves dans les activités d'autocorrection. Un élément caractéristique de l'importance de ce facteur est que quand nous diminuons sa difficulté, en indiquant aux élèves une région plus restreinte (p. ex. une ligne de l'algorithme) dans laquelle il faut rechercher les erreurs, bon nombre de ceux qui n'y arrivaient pas, réussissent à trouver et à corriger leurs erreurs.

Dans les activités d'autocorrection que nous avons expérimentées, un élément essentiel de l'aide offerte aux élèves a été de leur indiquer des régions plus ou moins restreintes pour la recherche de leurs erreurs. L'étendue des régions indiquées était adaptée aux caractéristiques des élèves. Ces régions devaient être à la fois assez restreintes pour qu'ils arrivent à trouver et à corriger leurs erreurs et assez étendues afin que leur recherche conserve un degré de difficulté qui les pousse à faire évoluer leurs stratégies de localisation et de correction des erreurs.

Ce type d'aide a permis à bon nombre d'élèves moyens et faibles de trouver et de corriger leurs erreurs, entrant ainsi dans le jeu de l'autocorrection dont ils étaient exclus jusque-là, tout au moins pour les algorithmes examinés.

Au fur et à mesure que leurs stratégies de localisation et de correction des erreurs s'amélioraient, nous avons augmenté l'étendue des régions indiquées, jusqu'à ce qu'ils soient en mesure de rechercher leurs erreurs dans tout l'exercice.

2. Les activités d'autocorrection, si on veut qu'elles soient efficaces, nécessitent des interventions individuelles, fréquentes surtout auprès d'élèves moyens et faibles. Au début de notre recherche, nous avons travaillé sans ordinateur et il était nécessaire de disposer d'un professeur par groupe de trois à cinq élèves.

Les résultats de cette période de travail ont été très positifs pour les élèves. Pourtant le type d'activités entrepris ne pouvait pas être réalisé en dehors des conditions expérimentales car dans les conditions habituelles un professeur est seul dans sa classe. L'analyse du travail des élèves nous a montré qu'une partie de l'aide nécessaire aux élèves pouvait être offerte par un ordinateur. C'est notamment le cas lorsqu'il s'agit d'indiquer à l'élève des régions restreintes de l'exercice, dans lesquelles il doit rechercher ses erreurs. Cela est important, parce qu'il s'agit d'un type d'aide dont l'offre systématique à chaque élève demande beaucoup de temps de la part des enseignants.

En conséquence, nous avons été conduits à construire un logiciel ("Arithm") qui facilite le travail d'autocorrection des élèves. Le logiciel fonctionne de la manière suivante :

- L'élève écrit sur l'ordinateur ligne par ligne la résolution de son exercice, comme il le ferait sur son cahier. Le logiciel lui indique pour chaque ligne si elle est juste ou fausse. Si il y a erreur, c'est à l'élève de le trouver et de le corriger.

- Nos observations ont montré que pour bon nombre d'élèves moyens et faibles une ligne était déjà une région très étendue pour arriver à trouver et à corriger leurs erreurs, au moins au début du travail. Pour ces élèves le professeur peut régler le logiciel afin de leur permettre d'utiliser une "aide d'extrait". En utilisant cette aide, l'élève peut extraire une partie d'une ligne et contrôler isolément sa transformation. (Chaque fois que l'élève propose une transformation de l'extrait, le logiciel l'informe si elle est juste ou fausse.) Lorsque l'élève extrait une partie d'une ligne sans respecter les règles de priorité, le logiciel lui indique que cette partie ne devait pas être extraite.

- A partir d'un certain temps de travail, il y a des élèves qui ont moins besoin d'aide. Dans ce cas, le professeur peut régler le logiciel pour fonctionner en "mode d'aide réduite", pour que la recherche des élèves conserve un degré de difficulté qui les pousse à faire évoluer leurs stratégies de localisation et de correction des erreurs. En " mode d'aide réduite ", l'"aide d'extrait" est interdite et le logiciel ne donne pas d'indication pour chaque ligne de l'exercice. Il donne des indications seulement sur les lignes où l'élève en demande une. En plus, un jeu de points encourage l'élève à ne pas demander inutilement de l'aide.

D'autres types d'aide peuvent aussi être offerts à l'élève (calculatrice d'expressions arithmétiques, textes explicatifs, développement des polynômes). L'accès à ces aides est également réglable par le professeur. En plus, le professeur peut régler une augmentation automatique du niveau de l'aide offerte lorsque l'élève échoue de façon répétée dans la découverte et la correction des erreurs d'une région.

Le logiciel enregistre de manière détaillée le travail de l'élève. Il propose à l'élève des exercices qui se trouvent dans sa bibliothèque, dans des feuilles d'exercices construites par le professeur ou qui sont recopiés du tableau. Il donne ainsi au professeur la possibilité de proposer aux différentes catégories d'élèves des séries d'exercices adaptés à leurs caractéristiques. (Voir aussi Keyling et al, L'emploi du logiciel "Arithm" en classe, à paraître, IREM de Strasbourg)

3. Avec le logiciel, des professeurs seuls dans leur classe (ou dans une demi-classe lorsqu'il s'agissait d'élèves faibles) ont pu pratiquer nos activités autocorrectives:

- Avec 3 classes expérimentales et 4 classes témoins, nous avons effectué, en Grèce, en classe de 4<sup>ème</sup>, un enseignement qui a introduit et traité la résolution algébrique des équations du 1er degré. Dans toutes les classes l'enseignement a duré en tout 22 heures. La seule différence entre les expérimentaux et les témoins était que, dans ces 22 heures, les premiers ont effectué des activités autocorrectives pendant 8-9 heures avec l'emploi du logiciel "Arithm", tandis que les témoins ont réalisé 4-6 heures d'activités autocorrectives sans logiciel. ( Les témoins ont rempli le temps restant en consacrant plus de temps sur l'entraînement traditionnel de la résolution des équations.)

Initialement les classes expérimentales et les classes témoins étaient équivalentes. Au test final, trois mois après la fin de l'enseignement, les résultats des classes expérimentales sont significativement meilleurs sur toutes les questions examinées (au seuil de 5% ou moins).

Au test final, sur les questions faciles ( $5x=8$ ,  $3x-6 = 20$ ,  $2x-25 = 5x+10$ ) les taux de réussite des expérimentaux sont 87%, 83% et 75% et les taux de réussite des témoins sont 74%, 67% et 61%.

Sur les questions difficiles du test final ( $\frac{x}{2} + 3x = \frac{5x}{3} - \frac{2}{5}$ ,  $\frac{2x}{5} - \frac{x-5}{3} = \frac{5x}{3} + 5\frac{3-2x}{4}$ ) les taux de réussite des expérimentaux sont 61% et 52% et les taux de réussite des témoins sont 36% et 24%.

On observe donc que la différence des taux de réussite des expérimentaux et des témoins est 13% et 16% sur les questions faciles tandis qu'elle est 25% et 28% sur les questions difficiles

( $\frac{x}{2} + 3x = \frac{5x}{3} - \frac{2}{5}$ ,  $\frac{2x}{5} - \frac{x-5}{3} = \frac{5x}{3} + 5\frac{3-2x}{4}$ ). Ce phénomène est lié à l'évolution des stratégies de

localisation des erreurs, qui est beaucoup plus forte chez les élèves des classes expérimentales. Or, le rôle de ces stratégies dans l'autocorrection est d'autant plus important que l'exercice est complexe. (A ce sujet voir aussi Kourkoulos, 1997, pp 35-70, Actes du 1er Colloque de l'Association des Professeur d'Informatique, Heraklion.)

- A Strasbourg, nous avons choisi d'expérimenter des activités d'autocorrection avec le logiciel en travaillant avec des petits groupes d'élèves (7 à 12), dans le cadre d'activités de soutien, afin de pouvoir observer le comportement des élèves de façon plus approfondie.

Nous avons traité les opérations sur les nombres relatifs et les expressions arithmétiques mettant en jeu les priorités des opérations, en 98-99 et en 99-2000 avec cinq groupes de 4<sup>ème</sup>. Les groupes ont travaillé sur ce sujet pendant 4 à 6 séances. A l'exception d'un groupe qui comportait 2 bons élèves les autres étaient constitués d'élèves moyens et faibles (2 groupes) ou d'élèves faibles (3 groupes).

Le premier groupe a aussi traité le développement et la réduction des polynômes, pendant 4 séances. Nous avons traité le même sujet en 99-2000 avec 2 groupes d'élèves faibles de 3<sup>ème</sup> pendant 8 séances et avec un groupe d'élèves moyens et faibles pendant 6 séances.

Les résultats des expérimentations en France et en Grèce sont convergents et ils ont permis de déterminer certains éléments essentiels pour l'autocorrection et l'apprentissage des algorithmes examinés :

La question de la localisation des erreurs apparaît fortement liée à la capacité des élèves à décomposer un algorithme en unités pouvant être traitées et contrôlées indépendamment. Ce sujet présente d'importantes difficultés pour bon nombre d'élèves moyens et faibles.

- Malgré le travail effectué, une partie de ces élèves n'est pas arrivée à dépasser ces difficultés. Ces élèves n'arrivent pas à décomposer leurs propres écrits (applications des algorithmes) en unités de calculs qui peuvent être contrôlées et traitées indépendamment. Or, cette capacité est étroitement liée à la capacité de considérer une expression algébrique (ou arithmétique) comme étant composée d'unités de calculs (élémentaires ou plus complexes) liées entre elles par les règles de priorités des opérations. Il s'agit donc d'une capacité qui a un caractère fondamental pour l'apprentissage de l'algèbre.

A la fin du travail expérimental, les élèves en question ont de meilleurs résultats dans les exercices qui demandent un calcul élémentaire (p.ex. une opération sur les relatifs). Certains d'entre eux aussi, ont de meilleurs résultats dans les exercices qui contiennent plusieurs opérations d'un seul type (p.ex. somme ou produit de plusieurs relatifs). En revanche, ils n'arrivent pas à traiter correctement des expressions plus complexes.

- Une autre partie des élèves progresse lentement mais de manière significative dans la décomposition des algorithmes en unités de calculs qui peuvent être traitées et contrôlées indépendamment. La progression de ces élèves dépend sensiblement du temps qu'on a consacré au travail expérimental dans leur groupe. (Fait qui nous a conduit en 1999-2000, à augmenter le temps de travail des groupes.) A condition d'avoir une durée de travail suffisante, ces élèves font apparaître une évolution significative concernant leurs stratégies d'autocorrection.

Ils progressent de manière significative aussi bien dans le traitement des exercices simples que dans celui des exercices complexes. (Il y a même des élèves de cette catégorie qui, à partir d'un

certain moment, ont fait apparaître une très forte évolution, indiquant un déblocage de la compréhension du sens et de l'organisation des expressions algébriques.)

- Enfin, une troisième partie des élèves entre facilement dans le jeu de la décomposition de l'algorithme en unités qu'ils contrôlent indépendamment afin de localiser et de corriger leurs erreurs. Ces élèves, même en travaillant pendant des périodes relativement courtes (4-5 heures), font apparaître une amélioration importante du traitement des exercices simples et encore plus de celui des exercices complexes sur le sujet examiné. Ils font aussi apparaître une évolution significative concernant leurs stratégies d'autocorrection.

Un autre élément important à signaler est que l'apprentissage effectué dans le traitement d'un sujet (p. ex. traitement d'expressions arithmétiques) concernant la séparation de l'algorithme en unités indépendantes et la localisation des erreurs, s'est transféré et réinvesti dans le traitement d'autres sujets (p.ex. calculs littéraux, résolution d'équation du 1er degré).

D'autre part, aussi bien en Grèce qu'en France, nous avons observé des changements dans l'attitude générale des élèves concernant la question de l'autocorrection : ils considèrent le contrôle et l'autocorrection comme très utiles, recherchent et demandent des critères de contrôle et des procédures d'autocorrection dans l'enseignement traditionnel des sujets qui ont été traités après ce travail expérimental.

## REFERENCES

- Adam L., Meirieu Ph. , Richarde Ch. (1986) "Différencier la Pédagogie (Français-Mathématique)", C.R.D.P. Lyon.
- Duval R., (1995) "Semiosis et pensée humaine", Ed. Péter Lang, Berne.
- Fillooy E., Rosano T., (1985) "Obstructions on the acquisition of elementary algebraic concepts and teaching strategies" P.M.E. pp. 134 - 147
- Keyling et al , à paraître, L'emploi du logiciel "Arithm" en classe, IREM de Strasbourg
- Kourkoulos M., 1998, Caractéristiques des critères de contrôle utilisés par les élèves à l'application des algorithmes de l'Arithmétique et de l'Algèbre, pp 224-236, Actes du 1er C.D.M., Ed. Univ. de Crète et Institut Français d'Athènes
- Pluvinaige F. (1983) Variations des questions, questionnaires à modalités, actes of 4th I.C.M.E., Berkley, pp 465-477
- Regnier J.C. (1983) "Etude didactique des tests autocorrectifs en trigonométrie" Thèse de doctorat, U.L.P.
- Vergnaud G., Cortez A. (1990) "From arithmetic to algebra: Negotiating a jump to learning process." Proceedings of 14th I.C.P.M.E., Mexico, Vol 2, pp. 27-35