

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :  
enjeux et perspectives pour leur enseignement  
et leur apprentissage

espace mathématique francophone  
Alger : 10-14 Octobre 2015



## TRANSITIONS DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

### Compte-rendu du Projet Spécial n°3

Fabrice VANDEBROUCK\* – Claudia CORRIVEAU\*\* – Ouahiba CHERIKH\*\*\*

Pendant le colloque EMF2015, le projet spécial n°3 portant sur les transitions dans l'enseignement des mathématiques, a disposé de trois plages de travail d'une durée d'une heure et demie à deux heures. Le travail lors des trois séances s'est réparti entre des présentations et des discussions sur la base de textes soumis. Les présentations ont plus particulièrement porté sur deux thèmes : celui de la compréhension des phénomènes de transition et celui de la remédiation des problèmes de transition. Les présentations faites dans le cadre de ce projet spécial ont été diversifiées en termes de transition investiguée (de l'école élémentaire à l'école secondaire ou encore de l'école secondaire à l'enseignement supérieur) et en termes d'objets étudiés.

Le projet spécial s'est conclu avec une table ronde dans laquelle des intervenants ont présenté ou bien des dispositifs mis en place pour pallier les difficultés de transition du primaire au secondaire et du lycée à l'université dans leur pays respectif, ou bien des difficultés vécues par les élèves, étudiants et enseignants en lien avec les transitions.

#### Les participants

Nous remercions chaleureusement les nombreux participants, professeurs et professeures de mathématiques, didacticiens et didacticiennes, étudiants et étudiantes, inspecteurs des écoles, etc., pour les échanges riches. Ils étaient une trentaine lors des deux premières séances et une quinzaine lors de la troisième et dernière séance.

#### I. LES CONTRIBUTIONS

Pour aborder les transitions dans l'enseignement des mathématiques, les présentateurs ont choisi des objets distincts et des angles variés. Comme nous l'avons déjà mentionné, certains proposent une meilleure compréhension des phénomènes de transitions et d'autres s'engagent dans des remédiations possibles pour pallier les difficultés d'élèves liées à ces transitions.

---

\* Université Paris Diderot – France – vandebro@univ-paris-diderot.fr

\*\* Université Laval – Canada – claudia.corriveau@fse.ulaval.ca

\*\*\* USTHB – Algérie – ouahiba\_cherikh@yahoo.fr

### 1. *Compréhension du phénomène de transition*

Timbila Sawadogo dégage, d'une analyse des programmes du secondaire et du supérieur au Burkina Faso, une différence de structuration tant dans le fond (dans les contenus privilégiés à enseigner), que dans la forme (à travers une méthodologie d'enseignement plus ou moins explicite dans les programmes) dans le passage du secondaire à l'université. Sawadogo résume les exigences en termes de démonstration et de formalisation du secondaire à la maîtrise de la pensée déductive sur de courtes séquences. De plus, il note un engagement prudent dans l'utilisation des symboles des quantificateurs existentiel et universel. Quant à l'université, les exigences en termes de démonstration et de formalisation sont très peu explicitées dans les programmes, de sorte que les enseignants ont une grande marge de manœuvre par rapport à ce qu'ils peuvent faire.

Par sa présentation, Isabelle Demonty a mis en évidence que plusieurs recherches en didactique des mathématiques, qui ne portent pas spécifiquement sur les questions de transition interordres, peuvent tout de même présenter des résultats éclairants pour les questions de transition. C'est le cas des recherches qui mettent de l'avant d'importants sauts conceptuels à propos de grands domaines mathématiques – par exemple les travaux menés sur le passage des nombres naturels aux nombres rationnels (Brousseau, 1981), de l'arithmétique à l'algèbre (Bednarz et Janvier, 1996) ou encore d'une géométrie empirique à une géométrie déductive (Salin, 2003). Dans le projet de recherche présenté, elle a voulu savoir si et comment les enseignants prenaient en considération ces résultats dans leur enseignement ? Sont-ils intuitivement au fait de ces résultats ? Elle a aussi mis en évidence que la tendance est à regarder la transition sous l'angle de l'ordre d'enseignement supérieur (en termes de difficultés des élèves arrivant au nouvel ordre), mais l'étude qu'elle a menée tend à montrer que les connaissances des sauts conceptuels concernent tout aussi bien les enseignants des ordres inférieurs pour assurer la préparation de leurs élèves.

Aurélié Chesnais, Nicolas GrenieR-Boley et Julie Horoks ont montré, notamment par des analyses de manuels aux différents ordres scolaires, primaire, collège et Lycée en France, le peu d'articulation entre les différents aspects des notions, en particulier au niveau inférieur de la transition où la prise en compte de ce qui est nécessaire pour le niveau suivant semble insuffisante. Par exemple, par leurs analyses autour de la notion de symétrie dans le passage de la CM2 à la 6<sup>e</sup> ou encore ceux autour de la notion de fonction entre le collège et le Lycée, ils remarquent une grande variabilité entre les manuels, en particulier ceux de la CM2, de la façon de prendre en considération la transition. Le travail mené par ces chercheurs, avec la mise en parallèle de deux transitions, permet d'entrevoir l'intérêt de pousser l'étude de différentes transitions, autour de différents contenus, pour en dégager des spécificités, mais aussi des invariants.

### 2. *Remédiation des problèmes de transition*

Selon Claudia Corriveau, les enseignants ont un rôle important à jouer dans la compréhension des questions de transitions, surtout lorsque l'on cherche à réfléchir aux articulations possibles entre deux ordres. Le projet de recherche présenté a été mené en collaboration avec des enseignants des ordres secondaire et postsecondaire, collaboration qui a permis d'une part de mieux comprendre les manières de faire des mathématiques à chacun des ordres, et d'autre part, d'envisager un rapprochement entre les deux ordres. Dans le cadre de la présentation, elle a exposé la reconstitué d'une *trajectoire d'harmonisation* en lien avec le travail sur les fonctions. Elle note trois moments centraux dans cette reconstruction : l'émergence d'éléments clés (par ex. des aspects de l'enseignement/apprentissage des mathématiques considérés importants pour les enseignants des deux ordres), l'établissement de liens concrets

et l'élaboration d'activités à mener en classe avec les élèves ou étudiants. Ce travail conjoint permet aux enseignants de réorganiser leurs manières de faire à la lumière de ce qui est fait à l'autre ordre, de problématiser au besoin leurs façons de faire usuelles et de leur accorder un nouveau sens.

Patrick Fretigné et Viviane Durand-Guerrier ont présenté les travaux de la commission inter IREM Université. Cette commission est l'une des 13 commissions nationales du réseau des IREM en France. Les IREM permettent la collaboration des enseignants de différents ordres. En particulier, le travail au sein de la commission Université a permis de dégager des difficultés et des pistes de remédiations à travers la collaboration des enseignants des lycées et des universités sur deux thèmes, celui d'une part de la nature des nombres réels et la structure de leur ensemble, et celui d'autre part de la place de la logique dans les contenus et les pratiques des enseignants des deux ordres – avec un exemple explicite d'articulation possible entre les deux ordres.

## II. LA TABLE RONDE

Le thème des transitions interordres est un objet d'intérêt commun pour différents acteurs du monde de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. Il a fait l'objet de nombreuses recherches en didactique des mathématiques ; il interpelle les enseignants qui préparent leurs élèves à l'autre ordre ou ceux qui les reçoivent; il intéresse aussi les inspecteurs et conseillers pédagogiques qui ont une vue d'ensemble du système scolaire et, le plus souvent, travaillent avec des enseignants de plusieurs ordres scolaires. Ainsi, dans le cadre du projet spécial n°3, nous avons organisé une table ronde sur le thème des transitions dans le but d'une part de favoriser les échanges entre ces différents acteurs, et d'autre part, pour discuter de différents dispositifs mis en place pour aborder les questions de transition interordres ou pour pallier les difficultés liées aux transitions selon divers pays.

La table ronde, animée par Ouahiba Cherikh, a réuni quatre intervenants : Abdelmoumen Zekiri (Université des Sciences et Technologies Houari Boumediene, Algérie), Salah Makaci (inspecteur des écoles, Algérie), Viviane Durand-Guerrier (Université de Montpellier, France) et Claudia Corriveau (Université Laval, Québec).

- Abdelmoumen Zekiri a présenté de manière détaillée la situation vécue par les étudiants dans le passage de l'école secondaire à l'université. Il décrit une rupture quasi-totale entre les deux ordres. Cette transition engendre des difficultés énormes pour les étudiants qui finissent par désertir la filière Licence Mathématiques. Les étudiants arrivent alors à compenser le module de Mathématiques par d'autres modules qui leur apparaissent plus accessibles. Zekiri dénonce aussi le fait de ne pas associer les enseignants de mathématiques lors de l'élaboration de réformes et la rédaction de programmes scolaires. Ces réformes, introduites par les ministères de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur, sont alors imposées aux enseignants qui les subissent sans être préparés ni suffisamment formés.
- Salah Makaci a articulé sa présentation autour de deux idées : les difficultés reliées au passage à l'enseignement moyen en Algérie et les besoins en termes de continuité. Il a présenté les difficultés des élèves repérées par les professeurs de mathématiques de l'enseignement moyen. Ces derniers mentionnent que les bases minimales de l'enseignement primaire sont mal assurées (difficultés avec les opérations de base, que ce soit les tables à connaître ou les calculs à faire par écrit, difficultés à choisir l'opération sollicitée par une situation, ne pas savoir utiliser les instruments géométriques, etc.). De plus, la transition vers l'enseignement moyen s'accompagne,

selon Salah Makaci, du passage de la manipulation aux raisonnements (difficulté à maîtriser le vocabulaire mathématique, à traduire des énoncés par un dessin, à passer du langage mathématique à l'arabe et inversement, à se représenter dans l'espace, etc.). M. Makaci met en évidence l'importance de constituer ce qu'il nomme un « fil rouge » et la nécessité de mettre en place des outils qui favorisent la continuité entre l'enseignement primaire et l'enseignement moyen. Les pistes envisagées sont les suivantes :

- Prendre connaissance des programmes respectifs.
  - Préciser, dans un document, le profil de sortie et d'entrée pour chaque niveau.
  - Organiser des opérations de formation conjointe primaire/moyen.
  - Repenser le système d'évaluation.
  - Etc.
- Salah Makaci a aussi présenté la situation de la transition de l'enseignement moyen à l'enseignement secondaire à partir de ce que Bachir Bouchelif, qui n'a malheureusement pas pu participer à la dernière séance, avait préparé. Après avoir relaté les difficultés des élèves et des enseignants, M. Makaci a présenté un programme de liaison impliquant des enseignants du collège (enseignement moyen), du Lycée (enseignement secondaire) et de l'université. La mise en place de cette cellule de réflexion pour les différents programmes a permis de déterminer les points communs et a permis d'élaborer des grilles d'évaluation pour déterminer les acquis et la mise en place d'un système de remédiation avant le passage au cycle supérieur
  - Après avoir présenté les particularités du système scolaire québécois, Claudia Corriveau a fait état d'une part des initiatives du Ministère de l'Éducation, de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche (MEESR) du Québec en lien avec les transitions interordres et, d'autre part, a présenté quelques initiatives locales. Elle relève deux initiatives importantes du MEESR dans l'enseignement des mathématiques : 1) le développement d'un document qui s'intitule « Progression des apprentissages » (MELS, 2009) dans lequel tous les contenus mathématiques du primaire jusqu'au secondaire sont présentés selon leur progression dans le parcours scolaire des élèves avec des indications sur ce que l'élève devrait être capable de faire avec l'aide de l'enseignant, ce qu'il peut faire seul ou ce qu'il devrait pouvoir réinvestir dans le cadre d'autres apprentissages mathématiques. 2) La constitution d'une table interordres dont le mandat est d'élaborer des pistes d'action pour rendre les mathématiques plus accessibles; les valoriser; et en faciliter la continuité dans l'enseignement. Cette table interordres est composée de représentants de différents ordres d'enseignement et de didacticien des mathématiques du Québec. La présentation des initiatives locales a permis de mettre en lumière que les questions de transition interordres préoccupent les enseignants qui ressentent le besoin d'organiser des lieux de rencontres entre les différents ordres d'enseignement.

Viviane Durand-Guerrier a présenté des éléments de réflexion à propos des transitions à partir du contexte de la France. Elle met de l'avant l'importance d'une circulation des professeurs entre le collège et le lycée. Ils ont la même formation, mais ils sont dans des établissements différents (elle mentionne par ailleurs que cela n'a pas toujours été le cas). Ce cloisonnement rend les questions de transition un peu plus complexes. L'idée est donc de développer un dispositif de collaboration qui permettrait aux enseignants des différents ordres d'être en contact.

Dans le domaine de l'enseignement des mathématiques, les initiatives nationales sont souvent mises en œuvre à travers les groupes IREM et les différentes académies. Au niveau de la transition lycée université, Viviane Durand-Guerrier décrit des initiatives locales qui se retrouvent dans un certain nombre d'académies sous forme de groupes liaison lycée-université où chacun y participe avec sa propre expertise. Ces groupes sont constitués des enseignants du secondaire, des enseignants universitaires, des didacticiens de mathématiques (menant des recherches soit au secondaire, soit à l'université ou encore sur les questions de transitions interordres) et des inspecteurs. L'intervention de ces différents acteurs permet d'avoir une vision assez globale et assez générale de la situation. Les travaux de ces différents groupes ont permis de conclure entre autres qu'il est nécessaire de coordonner les connaissances et les expériences de chacun pour aboutir à des solutions : la connaissance des programmes du lycée ne suffit pas à l'enseignant du postsecondaire pour avoir une idée de la réalité du terrain. Ce sera plutôt l'enseignant du secondaire qui pourra lui relater la réalité du secondaire. Leur mise en dialogue apparaît essentielle. De plus, Viviane Durand-Guerrier mentionne que la transition peut être pensée en termes de rupture, mais aussi en matière de continuité.

En France des changements de programme sont en cours, le primaire est composé actuellement de trois cycles, une perspective institutionnelle de transition est d'introduire un quatrième cycle à cheval entre l'école primaire et le collège.

### III. CONCLUSION

Les discussions qui ont suivi les présentations et qui se sont prolongées pendant la synthèse du projet spécial ont ouvert sur un ensemble de questions d'intérêt pour aborder la problématique des transitions interordres. Nous avons pu repérer, à travers ces discussions, des interrogations pouvant se regrouper en deux thèmes.

Un premier thème qui a soulevé un questionnement concerne **la formation des enseignants et les questions de transition.**

- À travers les présentations et les discussions qui en ont découlé, nous nous sommes demandé dans quelle mesure les enseignants étaient renseignés des résultats de recherche susceptibles d'éclairer des difficultés liées aux transitions interordres en mathématiques ? Les enseignants des ordres primaire, secondaire, postsecondaire sont-ils au fait, ne serait qu'intuitivement, de ces sauts conceptuels dans le passage du primaire au secondaire (Demonty) ? Des nouvelles exigences en termes de formalisme dans le passage à l'université (Sawadogo) ? Des répercussions à ne travailler que très peu la logique au secondaire ou des conceptions du nombre qu'ont les étudiants à leur arrivée à l'université (Fretigné et Durand Guerrier) ? Comment les aborder avec ceux-ci (Fretigné et Durand Guerrier ; Corriveau) ? Que peut-on faire en ce sens du point de la formation ?
- En effet, ce questionnement, initié par Demonty, renvoie notamment aux dispositifs de formation à mettre en place pour aborder les questions de transition interordres avec les enseignants des différents paliers. Plusieurs présentations, particulièrement celle de Corriveau et celle de Fretigné et Durand-Guerrier, ont mis en évidence l'intérêt d'organiser des formations sur le thème des transitions qui permettent à des enseignants de plusieurs ordres de travailler ensemble. Bien que l'idée de décloisonnement amène plusieurs enjeux, notamment celui des rapports asymétriques entre les enseignants de différents ordres, les expériences relatées par les chercheurs se sont avérées instructives pour ceux-ci. En effet, la mise en dialogue apparaît un

élément clé pour mieux comprendre les mathématiques qui se font à chaque ordre et comment elles se font de part et d'autre.

- Il a aussi été mis en évidence l'intérêt de travailler sur des thèmes proches des programmes des enseignants des deux ordres. Par exemple, Durand-Guerrier a bien montré comment, à travers des contenus des programmes du secondaire, il est possible de concevoir un enseignement qui satisfait aussi des exigences en logique préalable à l'enseignement supérieur, bien que la logique ne fasse plus explicitement partie des programmes du secondaire. Corriveau a montré que les enseignants du secondaire, en travaillant avec ceux du postsecondaire, ont donné un tout nouveau sens à certaines prescriptions des programmes, plus particulièrement ce qui relève de la composition de fonctions et des opérations sur les fonctions. Ainsi, lorsque des difficultés liées aux transitions sont soulevées par des chercheurs, il n'est pas toujours nécessaire d'en conclure qu'il faut réintroduire tel ou tel contenu dans les programmes. Durand-Guerrier et Corriveau ont montré comment partir du « territoire » de secondaire, il est possible de l'enrichir à partir des résultats de recherche en didactique ou par la collaboration avec des enseignants de l'autre ordre.
- Un lien a été fait entre les difficultés des étudiants dans la transition secondaire-université et les approches d'enseignement privilégiées à l'université. La synthèse a aussi mené à un questionnement à propos de ce qui est attendu comme formation pour enseigner au niveau de l'université. Il a alors été mis en évidence que les attentes des enseignants du supérieur envers les étudiants se formulent en termes d'appropriation conceptuelle des objets mathématiques, or, ces attentes ne sont pas toujours en adéquation avec les moyens pris pour y parvenir. Si la collaboration entre didacticiens et enseignants des ordres primaires et secondaire a permis de mettre en place des approches d'enseignement favorisant la compréhension des élèves, comment se fait-il qu'il soit plus ardu d'intervenir, comme didacticien, auprès des enseignants (mathématiciens) universitaires ? Plusieurs recherches menées en didactique des mathématiques proposent des approches alternatives à la présentation formelle du savoir au niveau de l'université ou mettent de l'avant les difficultés vécues par les étudiants liées aux exigences accrues en termes de formalisme dans le passage à l'université. Pourtant, il semble y avoir une forte résistance dans le milieu de l'enseignement des mathématiques universitaire.

Le deuxième thème à susciter un questionnement traite de **la poursuite de l'investigation des questions de transition sur le plan de la recherche**

- Contraster différentes transitions permet une réflexion théorique et méthodologique sur la façon d'étudier les transitions d'un point de vue didactique. Chesnais, Grenier-Boley, Horoks, Robert ont mis en évidence des invariants et des distinctions entre différents types de transition à partir d'analyse de manuels, mais qu'en serait-il sous l'angle des manières de faire à chaque ordre (Corriveau et Bednarz, 2013), des cultures mathématiques (Artigue, 2004), etc.
- Mettre en lumière la manière de voir les transitions permet une réflexion théorique et méthodologique sur la façon d'étudier les transitions d'un point de vue didactique : sous l'angle des sauts, de ruptures, de vide, de différences, de ressemblances, de continuité, d'une comparaison, d'arrimage, d'harmonisation, d'articulation, etc.
- Dans la discussion synthèse, il a été mis en évidence que les transitions interordres peuvent être abordées à un niveau institutionnel et à un niveau local. La question posée est alors celle du rôle du didacticien dans ces deux contextes distincts. Comment

intervient-il ? En termes de formalisme et de démonstration, en particulier au Burkina Faso, Sawadogo pense que ce serait bien que les didacticiens puissent définir une jonction entre les différents cycles sans forcément changer les programmes.

## RÉFÉRENCES

- Artigue M. (2004, juillet) Le défi de la transition secondaire/supérieur : Que peuvent nous apporter les recherches didactiques et les innovations développées dans ce domaine. *Communication présentée au 1er Congrès Canada-France des sciences mathématiques, Toulouse.*
- Bednarz N., Janvier B. (1996) Algebra as a problem solving tool : Continuities and discontinuities with arithmetic. In Bednarz N., Kieran C., Lee L. (Eds.) *Approches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 115-136). Dordrecht : Kluwer.
- Brousseau G. (1981) Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques* 2(1), 37-127.
- Corriveau C., Bednarz N. (2013). Manières de faire des mathématiques comme enseignants : une perspective ethnométhodologique. *For the Learning of Mathematics* 33(2), 24-30.
- MELS (2009) Progression des apprentissages : Mathématiques. *Programme de formation de l'école québécoise*. Québec.
- Salin M.-H. (2003) Comprendre les difficultés des élèves à passer de la « géométrie de l'école primaire » à la « géométrie du collège ». In Samida H. (Ed.) *Actes du 2<sup>e</sup> colloque international Espace Mathématique Francophone* (CD-Rom). Tozeur : Commission Tunisienne pour l'Enseignement des Mathématiques et Association Tunisienne des Sciences Mathématiques.